

# Mathematische Optimierung in der Praxis - Die Kunst der Modellierung -

Josef Kallrath

BASF SE

Global Business Analytics - Optimization

GSO/GBO-B009, 67056 Ludwigshafen, Germany

e-mail: [josef.kallrath@basf.com](mailto:josef.kallrath@basf.com)

*Was erwartet den werten Besucher oder die werte Besucherin?* Interessante Einblicke, die Antwort auf die Frage *Wie kann man in der Mathematik und Optimierung sicher sein, dass es nicht doch einen besseren Punkt gibt?* und eine Menge Freude beim Zuhören! Versprochen!

In diesem nicht-gesundheitsschädlichen Vortrag wird nämlich ein Überblick über Optimierungsprobleme in der Praxis, der Energiewirtschaft, Verschnittoptimierung in der Papierindustrie und Metallgewerbe, Produktion und Logistik und dabei insbesondere von Planungs- und Scheduling-Problemen in der Prozessindustrie und ihren Besonderheiten gegeben. Mathematische Optimierung umgibt uns überall, ohne dass wir uns dessen vielleicht bewusst sind: Telekommunikationsrouting unserer Mobiltelefone, Navigationssysteme im Strassenverkehr, Zugfahrpläne, Tourenplanung bei Speditionen, Mischungsrechnungen bei Milchproduktherstellern, Zuschnittprobleme in der Textilherstellung oder Schuhproduktion, Online-Preissysteme bei der Buchung von Fahrkarten, oder der Schleusenplanung vom Schiffsverkehr auf unseren Wasserstrassen.

Im Vortrag wird nur kurz, wenn überhaupt, jedenfalls sanft und verträglich für das Publikum, auf Algorithmen und das breiten Spektrum methodischer Lösungsansätze eingegangen – es soll ja keine mathematische Vorlesung werden.

Besonders betont wird jedoch die enge Verknüpfung von Modellbildung und algorithmischen Aspekten. Eine "gute" Modellbildung ist oft eine notwendige Bedingung dafür, dass ein reales Problem überhaupt erst numerisch sinnvoll behandelt werden kann. Dabei ist u.a. zu prüfen, ob die Datenqualität für den Zweck, zu dem ein Modell eingesetzt werden soll, ausreichend ist, ob deterministische Optimierung genügt oder ob Ansätze aus dem Gebiet der Optimierung unter Unsicherheit geeigneter wären.

Verschnittprobleme bestehen in verschiedenen Industrien darin, eine feste Anzahl durch z.B. Länge und Breite, Radien oder Halbachsen bei Ellipsen definierter geometrischer Muster bestimmter Materialien von kontinuierlichen endlich langen Rollen oder endlich langen Paletten aus Papier, Textilstoff Glas, Holz oder Metall bekannter Breite rechtwinklig zuzuschneiden, und dabei den entstehenden Verschnitt aus unverwendbarem und überflüssigem Material zu minimieren. Diese geometrisch reizvollen Problemstellungen geben Anlass zu den verschiedensten Optimierungsmethoden, z.B. Spaltenerzeugung nach Gilmore & Gomory.

In der chemischen Industrie oder allgemeiner der Prozessindustrie finden wir – nicht ganz unerwartet – Mischungsprobleme. Auf wesentlich schwierigere Optimierungs- bzw. Zulässigkeitsprobleme führen die mehrere Produktionsstufen einschliessende Planung- und Feinplanung von Anlagen, die teils parallel oder unter feed-back Schaltung im Batch oder Kampag-

nenbetrieb operieren.

Zu den besonderen Schwierigkeiten zählen nichtlineare Bedingungen, die durch die simultane Erhaltung von Masse und Zusammensetzung mehrkomponentiger Ströme verursacht werden ("pooling problem"), über mehrere Anlagen aggregierte Ressourcen-Constraints, oder implizite Produkt-Folge Beziehungen.

Bei Planungs- und Schedulingproblemen, d.h. den mathematischsten Aspekten des Supply-Chain-Managements wird zudem folgende Entwicklung deutlich. Es reicht nicht mehr aus, einen existierenden Planungs-, Entscheidungs- oder Betriebsprozess detailliert in Bezug auf Optimierungspotential zu analysieren, zu modellieren und nachfolgend die Lösung eines Optimierungsproblems und die dazu grundlegenden Algorithmen zu implementieren. Stattdessen müssen auch weite Bereiche der Integration dieser Optimierungslösungen in einen existierenden IT-Kontext ihrer Kunden beherrscht oder zumindest berücksichtigt werden. Die IT-Landschaft wird häufig durch Systemintegratoren wie i2 oder SAP oder andere ERP-Systeme vorgegeben.

In der Energiewirtschaft schließlich treffen wir neben Portfoliofragestellungen zur Abdeckung der täglichen Last oder Navigation im eurasischen Gas-Pipeline-System auf typische Probleme der Optimierung unter Unsicherheit, z.B. wenn gleichzeitig Wasserkraft und thermische Kraftwerke (Kohle- oder Gaskraftwerke) zur Erzeugung elektrischen Stroms zur Verfügung stehen.

Abschliessend und zusammenfassend nun die Sinnfrage: *Was soll das Ganze? Was bringt's?* Die mathematische Optimierung bietet gerade unter den Aspekten Sicherheit und Robustheit von Entscheidungen quantitative Unterstützung bzw. bringt Unstimmigkeiten in Annahmen und Voraussetzungen eines Modells eher an den Tag als dies z. B. mit punktuellen Simulationen oder Untersuchungen möglich ist. Die mathematische Optimierung ist nämlich sehr streng.

Die meisten quantitativen Entscheidungen lassen sich einteilen in die Komponenten Ziel oder Ziele, Randbedingungen, die man bereit ist zu akzeptieren oder die man aus physikalischen Gründen einhalten muss, und mögliche Entscheidungsfreiheitsgrade – das ist der Umfeld der mathematischen Optimierung. Frei nach dem Motto *Nenne mir Deine Ziele und ich sage Dir, wie Du Dich verhalten wirst*", liefert die mathematische Optimierung zulässige und optimale – oder zumindest bewertete – entscheidungsunterstützende Vorschläge. Man kann sie annehmen oder nicht, oder unter veränderter Annahmen noch einmal berechnen.

*Und in monetären Einheiten ausgedrückt?:* Die Verbesserung durch mathematische Optimierung liegt bei den meisten Fragestellung um einige Prozent, wenn nicht gar um zweistellige Prozentzahlen gegenüber der Planung ohne mathematische Optimierung. Diese Prozentzahlen können einige Millionen, aber auch Milliarden Einheiten der stärkeren Währungen dieses Planeten ausmachen. Zudem: Mathematische Optimierung schafft Transparenz und Nachvollziehbarkeit, so diese denn gewollt ist.

**Keywords:** Gemischt-ganzzahlige Optimierung, globale Optimierung, Verschnittoptimierung, Portfoliooptimierung, Produktionsplanung, Feinplanung, Mischungsoptimierung, Impakt der Optimierung.

Prof. Dr. Josef Kallrath studierte Mathematik, Physik und Astronomie in Bonn und promovierte dort 1989 mit einer astrophysikalischen Dissertation zum Thema *Dynamik kollidierender Doppelsternwinde*. Er ist in der Praxis (BASF SE, Ludwigshafen seit 1989 in der Gruppe Scientific Computing), freiberuflich als wissenschaftlicher Berater und Lehre tätig und löst mit Wissenschaftlichem Rechnen praktische Probleme in der Industrie. Schwerpunkt seiner Tätigkeit ist die Mathematische Optimierung zur Unterstützung von Entscheidungsprozessen in der chemischen Industrie, Papierindustrie, Metallgewerbe, Energiewirtschaft, Verkehrsinfrastruktur sowie die Modellierung physikalischer Systeme. Lehrtätigkeiten übte er an der Universität Heidelberg (1991-2002) und derzeit an der University of Florida in Gainesville/USA aus. Seit 2002 leitet er die Arbeitsgruppe *Praxis der mathematischen Optimierung* der Gesellschaft für Operations Research (GOR).